

3.3.3 简单的线性规划问题（第一课时）

【学习目标】

1. 了解线性规划的意义以及线性约束条件、线性目标函数、可行解、可行域、最优解等概念；
2. 了解线性规划的图解法，并会用图解法求线性目标函数的最大（小）值；
3. 通过观察、联想、作图、讨论、辨析，调动多感官去体验数形之间的转化，体会化归、等价转化、数形结合的数学思想.

【学习重点】线性规划问题的图解法.

【学习难点】寻求线性规划问题的最优解.

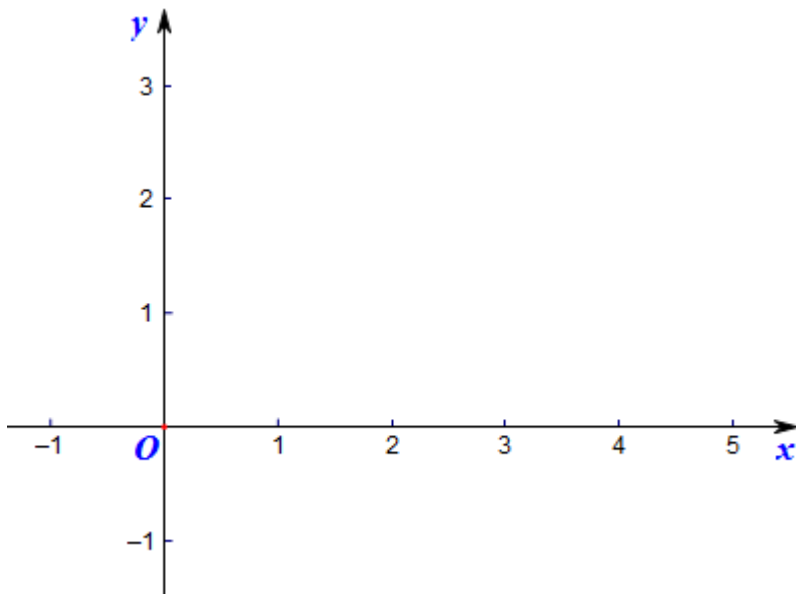
一、问题提出

1. 已知 x, y 满足二元一次不等式组
$$\begin{cases} x+4y \leq 8, \\ x-2y \leq 2, \\ x \geq 2, \end{cases}$$
试用不等式的性质求 $x+y$ 的最大值.

2. 如何在上述条件下求 $x+y$ 的最小值？

二、研探新知

二元一次不等式组
$$\begin{cases} x+4y \leq 8, \\ x-2y \leq 2, \\ x \geq 2, \end{cases}$$
有什么几何意义？我们所要求的 $x+y$ 又有什么几何意义？



1. 基本概念:

对于在约束条件 $\begin{cases} x+4y \leq 8, \\ x-2y \leq 2, \\ x \geq 2 \end{cases}$ 下, 若 $b = x + y$ 式中变量 x 、 y 满足上面不等式组, 则不等式组叫做变

量 x 、 y 的 _____, $b = x + y$ 叫做 _____,

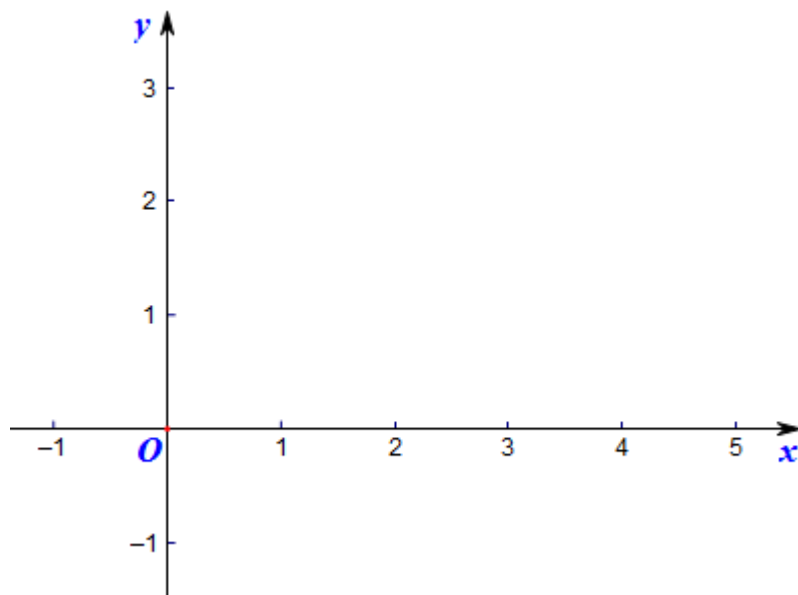
这类求 _____ 在 _____ 下的最大值或最小值的问题, 通常称为 _____ 问题.

满足线性约束条件的 (x, y) 叫做 _____, 由所有可行解组成的集合叫做 _____, 使目标函数取得最值的 (x, y) 叫做 _____. 上述只含有两个变量的简单线性规划问题可用 _____ 来解决.

2. 图解法求解线性规划问题的步骤:

三、变式提升

1. 已知约束条件 $\begin{cases} x+4y \leq 8, \\ x-2y \leq 2, \\ x \geq 2, \end{cases}$ 用图解法求下列目标函数的最值:



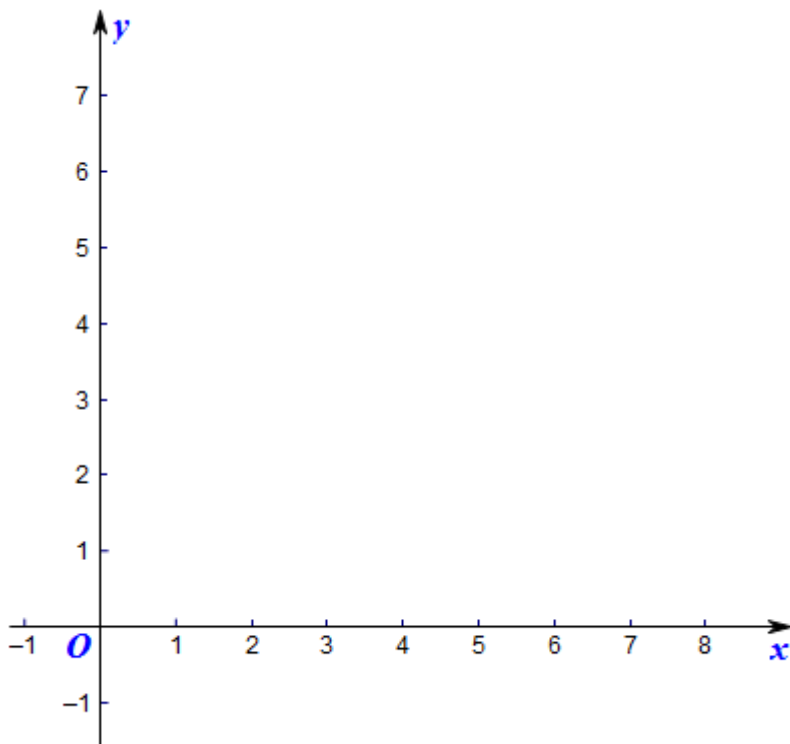
(1) $z = 2x + 10y$ 在 _____ 处有最大值 _____; 在 _____ 处有最小值 _____.

(2) $z = 3x - 4y$ 在 _____ 处有最大值 _____; 在 _____ 处有最小值 _____.

2.(教材 P81 引例)

$$\text{在约束条件 } \begin{cases} 4x + y \leq 10, \\ 4x + 3y \leq 20, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0 \end{cases} \text{ 下,}$$

求目标函数 $P = 2x + y$ 的最大值.



四、检测反馈

1. 若 $x \geq 0$, $y \geq 0$, 且 $x + y \leq 1$, 则 $z = -\frac{1}{2}x + y$ 的最大值是 ().

- A. -1 B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

2. 已知点 $P(x, y)$ 在不等式组 $\begin{cases} x - y + 1 \geq 0, \\ x + y - 1 \leq 0, \\ y + 1 \geq 0 \end{cases}$ 表示的平面区域内运动,

则 $z = -2x + y$ 的取值范围是 ().

- A. $[1, 3]$ B. $[-5, 3]$ C. $[-5, 1]$ D. $[3, 5]$

3. 已知 x, y 满足不等式组 $\begin{cases} x - y + 1 \geq 0, \\ x + y - 1 \leq 0, \\ y + 1 \geq 0, \end{cases}$ 则使得 $z = 3x + 2y$ 取得最小值的点的坐标为 ().

- A. $(2, -1)$ B. $(0, -1)$ C. $(-2, -1)$ D. $(0, 1)$

4. (选做) 已知 x, y 满足不等式组 $\begin{cases} x - y + 1 \geq 0, \\ x + y - 1 \leq 0, \\ y + 1 \geq 0, \end{cases}$ 若要使 $z = -mx + y$ 取得最大值时的最优解

仅为 $(-2, -1)$, 则实数 m 的取值范围为 ().

- A. $(-\infty, -1)$ B. $(-1, 0)$ C. $(0, 1)$ D. $(1, +\infty)$

五、回顾反思